Теория удвоения

Вильям Чен, Джеррод Энкенман

Многие авторы написали о ценности турнирной жизни, но не сделали ничего, чтобы посчитать её влияние на игру.

В итоге, многие игроки откажутся даже от ситуаций, сулящие получение большого преимущества - только потому, что они полагают (почти что наверняка - ошибочно!) что им представится ситуация, где они смогут рассчитывать на получение ещё большего преимущества. Но если бы это было верно, то эти игроки имели бы огромный перевес над полем.

Опыт этого не подтверждает.

Тем не менее, такое влияние существует - как обычно, мы стремимся рассчитать и измерить это следствие, и использовать его для принятия точных решений за столом.

Существует большое количество моделей, которые можно использовать, чтобы попытаться измерить ценность разных стаков.

Некоторые модели находят применение в разных стадиях турнира; так, например, модель Ландрома-Бернса больше всего подходит тогда, когда игроки уже находятся в пей-зоне (или на баббле) и встаёт вопрос - как распределить вознаграждения для мест, отличных от первого? Однако, эта модель не была предназначена к использованию на ранних и средних этапах турнира.

Тем не менее, велика возможность, что самые превратно использованные турнирные стратегические принципы относятся как раз к начальным и средним стадиям турниров.

Наверное, наиболее часто задаваемый (и обсуждаемый) вопрос про турниры по безлимитному техасскому Холдему можно свести к следующему:

Как велика выгода, от которой вам *следует отказаться в начальных или средних стадиях турнира из-за вашего мастерства?*

Здесь мы не станем учитывать стоимость вашего времени и предположим, что ваша цель состоит в увеличении ожидания в турнире.

Как водится с моделями, мы начнём с нескольких предположений:

Предположение 1:

Шанс удвоить стак некоторого игрока, прежде того, как он вылетит, относительно не меняется в течении турнира.

Очевидно, это предположение теряет свою силу в вырожденных случаях (например, вы находитесь в автоматическом олл-ине на блайнде и т.д.). Но это не те случаи, которые данная модель призвана рассмотреть.

Конечно, если блайнды ещё малы, то дисперсия уменьшается, что может повысить шансы сильных игроков на удвоение, но совсем не ясно, достаточно ли быстро уменьшаются эти шансы при росте блайндов.

Мы считаем, что этот эффект малозначителен, если он вообще имеет место.

Предположение 2:

Мы ещё достаточно далеко от денег, и можно предположить что "шанс выиграть турнир" будет достаточно разумно отождествлять с ожиданием в турнире.

Большинство турниров распределяют значительную часть призового фонда на малое количество высоких мест. Это значит, что если мы ещё достаточно далеки от пей-зоны (конкретно - более половины игроков должны выбыть перед тем как закончится баббл) то использование вероятности выиграть турнир является достаточно точной оценкой турнирной доли игрока. Это особенно верно для хороших игроков, которые постараются максимально увеличить своё ожидание при "прыжках" пей-зоны.

Используя эти предположения, мы построим следующую модель:

Представим себе турнир с x игроками, равными по мастерству.

Пусть E будет шанс отдельно взятого игрока одержать победу в турнире, C - вероятность его удвоения перед выбыванием а N - количество удвоений, которых ему потребуется для победы в турнире.

Таким образом, мы имеем простое уравнение

$$E = C^N$$

Если у нас будут любые две из этих трёх величин, мы всегда сможем вычислить третью.

Рассмотрим ситуацию в начале турнира. Так как все игроки равны по мастерству, мы знаем что ожидание E нашего игрока равно $1/x$.

Мы также знаем, что наш игрок должен будет увеличить свой начальный стак в x раз, чтобы выиграть турнир.

Таким образом, мы получаем уравнение

$x = 2^{\mathrm{N}}$

Для турнира для двух игроков, N, разумеется, будет равно 1, так как единственное удвоения начального стака будет достаточно для победы.

Для турнира на 128 человек, N будет равно 7. Более общо:

$N = log_2\ x$

Заменяя, получим:

$1/x = C^{log_2 x}$;

$log_2\ 1/x = (log_2\ x) log_2 C$;

${log_2 1/x}\big/{log_2}\ x = log_2 C$;

log_2C= -1;

$C = 1/2$.

Конечно, это то, что мы ожидаем от ситуации, где все участники одинаково владеют игрой - каждый игрок имеет 50% шансов удвоится, прежде тем, как вылететь от игрока с произвольным стаком.

Можно легко проверить (подставляя разные значения для N, симулируя, таким образом, разные размеры стаков) что стоимости фишек являются линейными для игроков одинакового мастерства.

Теперь мы рассмотрим общий случай, где игроки не равны по мастерству.

Например, игрок А играет в турнире на 100 человек, где его чистое ожидание - 1 бай-ин (он получает 2 бай-ина за турнир). Можно посчитать значение С для этого игрока путём подстановок

$E = C^N$

$2/100 = C^{log_2 100}$

$C \approx 0.55$

Это значит, что у игрока А есть 55.5% шанс удвоить свой текущий стак, прежде чем он вылетит.

Теперь мы можем посчитать вероятность того, что он выиграет турнир, когда у него будет стак S (где S -количество его стартовых стаков) подставляя значения в формулу

$E = C^N$

Разумеется, N - это то число удвоений, которые потребуется, чтобы достигнуть 100.

$E = C^{log_2(\frac{100}{S})}$

То есть для удвоенного стартового стака (C=2) ожидание игрока A равно

$E = C^{log_2 50}$

или, примерно, 0.0360.

Заметим, что это больше, чем априорная цена фишек (которая, разумеется равна 0.02) но более чем в два раза меньше шансов игрока A изначально выиграть турнир.

В сущности, цель данной модели - предоставить способ оценки решений с маргинальным ожиданием, включая мастерство игрока, принимающего решение.

Качественное суждение "у меня есть перевес над полем, значит я должен беречь свои фишки" отображается подкорректированным ожиданием к любому размеру стака, для которого используются предположения, лежащие в основе данной модели.

Чтобы увидеть, как модель действует на практике, рассмотрим следующую маргинальную ситуацию, взятую из турнира по безлимитному техасскому Холдему.

Блайнды - t75/t150. Игрок B находится на баттоне со стаком в t3000 (в турнире участвовало 250 игроков с начальным стаком в t1500) и делает опенрейз до t450 с QsTs. Малый блайнд сбрасывает, но большой блайнд коллирует. Флоп - Ks 8c 2s. Большой блайнд - чек, игрок B ставит 500, и получает чек-рейз олл-ин (фишек у большого блайнда больше, чем у нашего игрока). Игрок B оценивает, что его ожидание - 36%, и ему нужно доставить t2050, чтобы выиграть t4025.

Анализ, основанный исключительно на cEV показывает, что колл однозначен: 0.36(6075)-2050=137 - профит почти что равен десятой части бай-ина. Но предположим, что игрок B имеет перевес над полем, равный Ω части бай-ина в начале турнира. Посчитаем C:

$1.75/250 = C^{log_2 250}$;

C≈0.5364

Рассмотрим теперь три случая.

Если игрок коллирует и выигрывает, то у него будет t6075 фишек, или 4.05 стартовых стаков.

$E = 0.5364^{log_2 {}^{250}/_{4.05}}$;

$E = 0.024603$ бай-инов.

Если игрок B заколлирует и проиграет, то у него не останется фишек и, разумеется, его ожидание будет также равно нулю.

Если игрок B сбросит, то у него останется t2050 - это 1.36667 стартовых стаков.

$E = 0.5364^{log_2 250}/_{1.36667} = 0.009269$ бай-инов.

Таким образом, ожидание колла от игрока B - (0.024603)(0.36), или 0.008857 бай-инов.

Если мы сравним этот результат с ожиданием от фолда, то мы найдём, что на самом деле колл является *ошибкой* - из-за преимущества игрока B над полем.

Другой результат, который можно было бы легко вывести из Теории Удвоения заключается в "проблеме коинфлипа" - какой шанс на победу вам необходим, чтобы согласится на коинфлип на все фишки в первой руке турнира?

Так как в начале турнира

$E_0 = C^N$

если вы заколлируете и выиграете, ваше ожидание будет равно

E_1=C^{N-1}.

Если вы пойдёте на коинфлип, где ваш шанс на победу равен W, то ваше ожидание равно WE_1. Если вы откажетесь, ваше ожидание будет равно E_0.

Приравнивая, получаем

$C^N = WC^{N-1}$, или $W = C$.

Это значит, что вы индифферентны к коинфлипу, если вы выиграете его с вероятностью C.

Тем не менее, вспомните, что многие игроки настолько однозначно сделали свой выбор, что предпочтут отказаться от сравнения с QQ против AK (57% против 43%).

Используя теорию удвоения, мы сможем узнать, на какое ожидание рассчитывают эти игроки в турнире, скажем, на 250 игроков.

$E = C^N = 0.0114$, примерно 2.85 бай-инов за турнир.

Для того, чтобы отказаться от сравнения 57-43 в отсутствии "мёртвых денег" в банке, игрок должен иметь ожидание от турнира, почти что в три раза превышающее среднее!

Наши наблюдения нам подсказывают, что это достаточно невероятный винрейт в среднем турнире.

Вот ещё одно интересное следствие Теории Удвоения - оно касается проигрывающих игроков.

Разумеется, все наши читатели - выигрывающие игроки. Тем не менее, средний результат всех игроков в турнире - проигрыш бай-ина, а это значит, что кто-то проигрывает.

Теория Удвоения указывает, что проигрывающие игроки должны стремится поставить свои фишки на кон даже в слабо отрицательных ситуациях. Это результат соображения, что плохой игрок должен приветствовать дисперсию, так как она является его наилучшей возможностью на победу.

Чем чаще остальные игроки получат возможность применить своё мастерство, тем сильнее будет проигрывать слабый игрок. Поэтому слабые игроки должны стараться выставляться в ситуациях с нулевым или даже слабо отрицательным ожиданием.

<u>Резюме</u>:

В начале турнира, шанс каждого игрока на удвоение равен C - это число связано с априорным ожиданием игрока следующим уравнением:

$E_0 = C^{log_2 P}$, где P - количество участников в турнире.

Значит при любом стаке C, игрок должен удвоить свой стак в N раз, чтобы выиграть все фишки:

$N = log_2 {}^{P}/_{S}$,

И наконец, для стака произвольного размера:

$E = C^N$.

Эти уравнения можно использовать для оценки ожидания на основании уровня мастерства игроков.